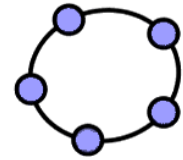


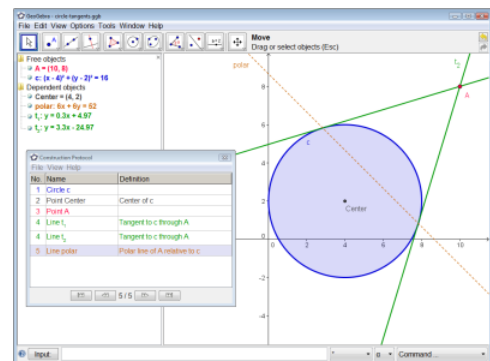
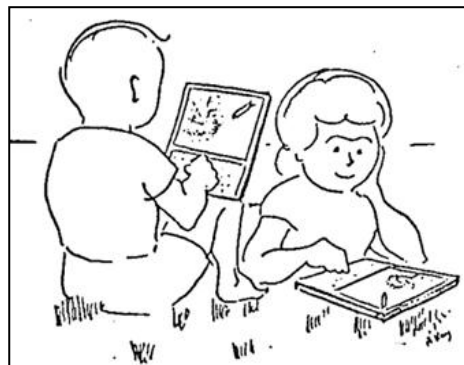
GeoGebra

Mathematik Interaktiv – Teil II



Medienpädagogische Auseinandersetzung mit einem Interaktiven Mathematikprogramm

Dynabook – “It may, however, provide us with a better ‘book’, one which is active (like the child) rather than passive” (Alan Kay, 1972)



Seminarinhalt

GeoGebra – Technische und didaktische Anleitung – Theoretischer Hintergrund

Erlernen Sie den Umgang mit der mehrfach preisgekrönten Mathematik-Software GeoGebra. Im Seminar wird die Arbeit und der sinnvolle und kompetente Einsatz im modernen Unterricht erarbeitet.

Erstellen Sie interaktive Arbeitsblätter und modellieren Sie mit ihren Schülern mathematische Beispiele.

Programmbedienung, Einsatzmöglichkeiten im Unterricht

Referent:

Thomas Schroffenegger, Dipl.-Päd., MAS, MSc.
Pädagogische Hochschule Vorarlberg
thomas.schroffenegger@ph-vorarlberg.ac.at

1 Installation

Wechseln Sie zu <http://www.geogebra.org/cms/de/download> im Internet. Eine Installation ist nicht notwendig. Verwenden Sie die Option „WebStart“. Vorteil: Immer die tagesaktuelle Version. Nachteil: Mein Skriptum stimmt nicht mehr genau ☺.

Auf der Webseite stehen unterschiedliche Versionen zur Auswahl:

- GeoGebra Prim
- GeoGebra 4 (Aktuelle Version)
- GeoGebra 4.2 (Beta mit CAS – relativ stabil – wenig spektakulär ☺)
- GeoGebra 5.0 (Beta mit 3D – stürzt gelegentlich ab)

Für Windows, Mac OS, Ubuntu/Debian/SUSE/Unix, XO OLPC (Linux)

Die Versionen 4.2 und 5 sind auf der Webseite unter About/Roadmap zu finden:

<http://www.geogebra.org/cms/en/roadmap>

Die ursprüngliche Materialsammlung innerhalb eines Wikis wird nun durch GeoGebraTube übernommen: <http://www.geogebraTube.org/>. Hier sind alle eingeladen eigene Beiträge hochzuladen. Diese können dann auch einfach eingebettet und weiterverwendet werden. Die Beiträge sind unter Creative Commons Lizenz verwendbar.

Das Hochladen auf GeoGebraTube funktioniert direkt aus GeoGebra aus über den Menüpunkt Datei/Veröffentlichen.

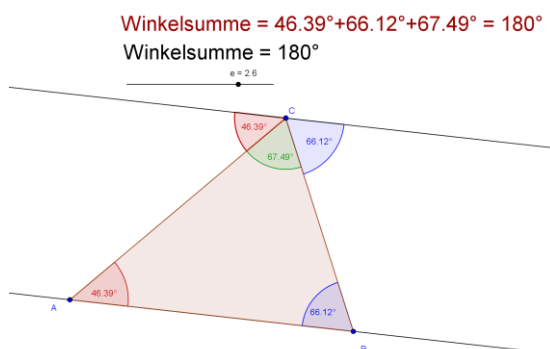
2 Das Geheimnis lüften: Konstruktionsprotokoll

Über die Ansicht des Konstruktionsprotokolls können Konstruktionen schrittweise entschlüsselt werden. Menü: Ansicht/Konstruktionsprotokoll:

Nr.	Name	Sym...	Definition	Befehl	Wert	Beschriftung
1	Zahl u				u = 20	
2	Zahl u _h		u / 2	u / 2	u _h = 10	
3	Punkt X		(u _h , 0)	(u _h , 0)	X = (10, 0)	
4	Punkt A				A = (0, 0)	
5	Strecke range		Strecke [A, X]	Strecke[A, X]	range = 10	
6	Punkt B		Punkt auf range	Punkt[range]	B = (6, 0)	
7	Zahl lang _a		x(B)	x(B)	lang _a = 6	
8	Zahl lang _b		u / 2 - lang _a	u / 2 - lang _a	lang _b = 4	
9	Punkt C		(lang _a , lang _b)	(lang _a , lang _b)	C = (6, 4)	
10	Punkt D		(0, lang _b)	(0, lang _b)	D = (0, 4)	
11	Viereck Viele...		Viereck A, B, C, D	Viereck[A, B, C, D]	Viereck1 = 24	
11	Strecke a		Strecke [A, B] von Viereck Vieleck1	Strecke[A, B, Vieleck1]	a = 6	
11	Strecke b		Strecke [B, C] von Viereck Vieleck1	Strecke[B, C, Vieleck1]	b = 4	
11	Strecke c		Strecke [C, D] von Viereck Vieleck1	Strecke[C, D, Vieleck1]	c = 6	
11	Strecke d		Strecke [D, A] von Viereck Vieleck1	Strecke[D, A, Vieleck1]	d = 4	
12	Zahl ar		Viereck1 / 3	Viereck1 / 3	ar = 8	
13	Punkt S		(-2, ar)	(-2, ar)	S = (-2, 8)	Flächeninhalt
14	Punkt E		Punkt auf xAchse	Punkt[xAchse]	E = (-2, 0)	
15	Strecke e		Strecke [S, E]	Strecke[S, E]	e = 8	
16	Text Text1	ABC			"FINDE DAS FLÄCHENG...	

3 Interessante Beispiele

3.1 Warum hat ein Dreieck eigentlich eine Winkelsumme von 180°?



Lösung: <http://www.geogebraTube.org/student/m2739>

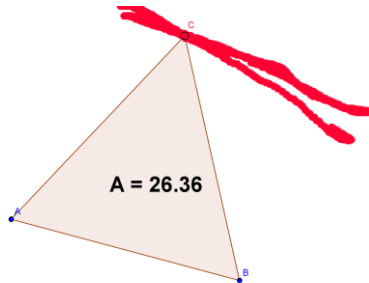
Was kann mit Schiebereglern kontrolliert werden?

Zahl

Ganze Zahl

Winkel

3.2 Wovon hängt der Flächeninhalt beim Dreieck eigentlich ab?



Verschiebe den Punkt C des Dreiecks, ohne dass sich der Flächeninhalt A ändert!
Was schließt du aus der Spur, die der gezogene Punkt hinterlässt? (Danke Harald Wilsche, PH Kärnten)

Lösung: <http://www.schroffenegger.at/geogebra/ADreieckGG2.ggb>

3.3 Zusammenhang von Flächeninhalt und Umfang beim Rechteck

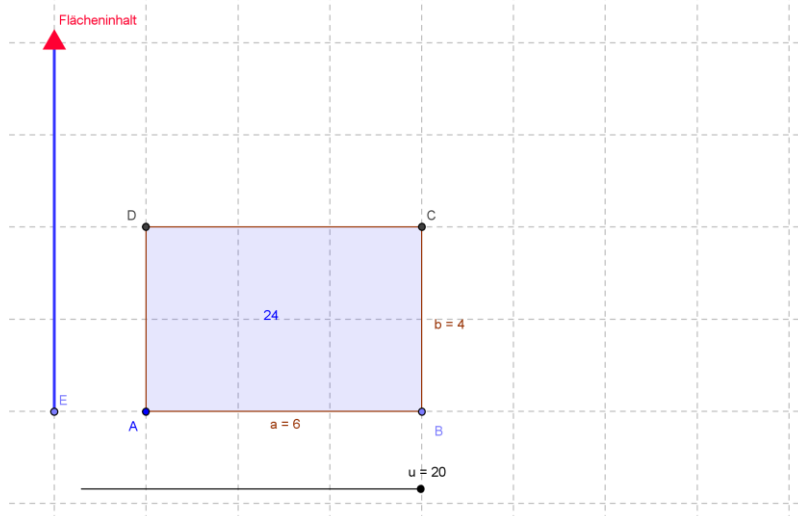
FINDE DAS FLÄCHENGRÖSSTE RECHTECK!

Überlege dir, ob alle Rechtecke mit gleichem Umfang auch den gleichen Flächeninhalt besitzen?

Überprüfe deine Vermutung, indem du den Eckpunkt B des Rechtecks verschiebst?

Bei welchen Seitenlängen besitzt ein Rechteck den größten Flächeninhalt?

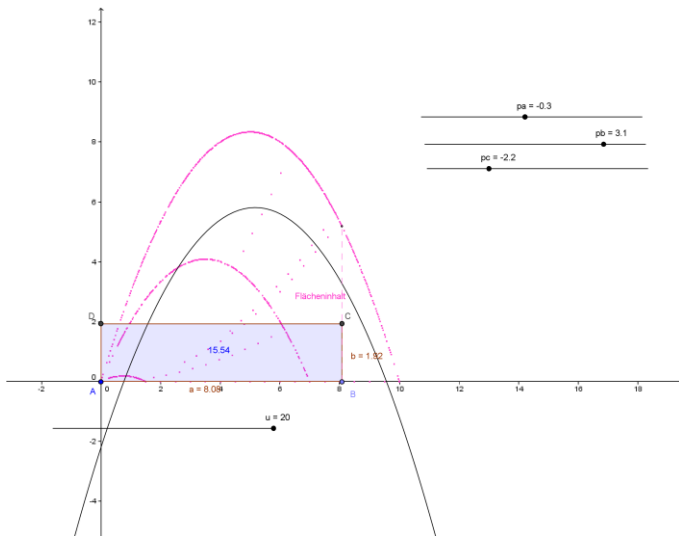
Ändere den Umfang des Rechtecks und überprüfe, ob die von dir gefundene Lösung für beliebig große Umfänge gilt!



Lösung: <http://www.schroffenegger.at/geogebra/uARechteckGG2.ggb>

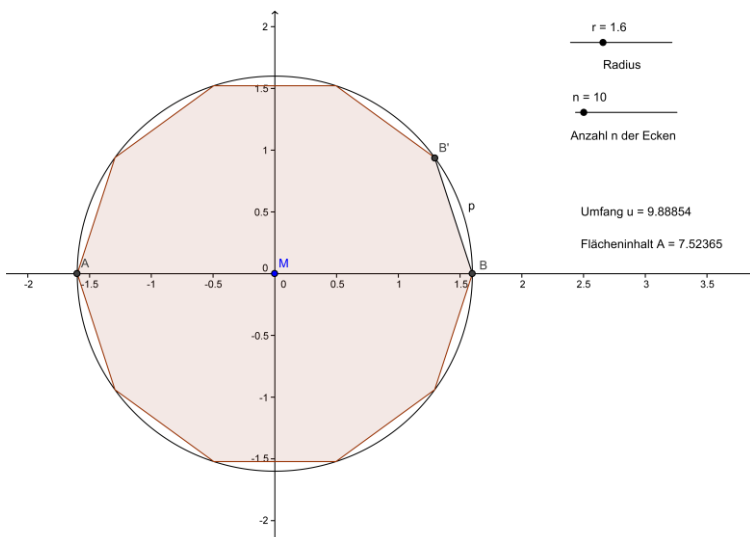
Option: Spur an C

3.4 Zusammenhang zwischen Seitenlänge a und Fläche A beim Rechteck + Modellieren



<http://www.geogebra.org/material/show/id/2771>

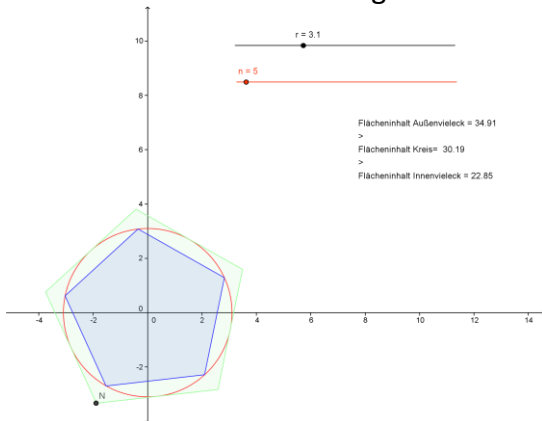
3.5 Flächeninhalt beim Kreis - Einschränkung



Tipp: Drehe[B, 360° / n, M]

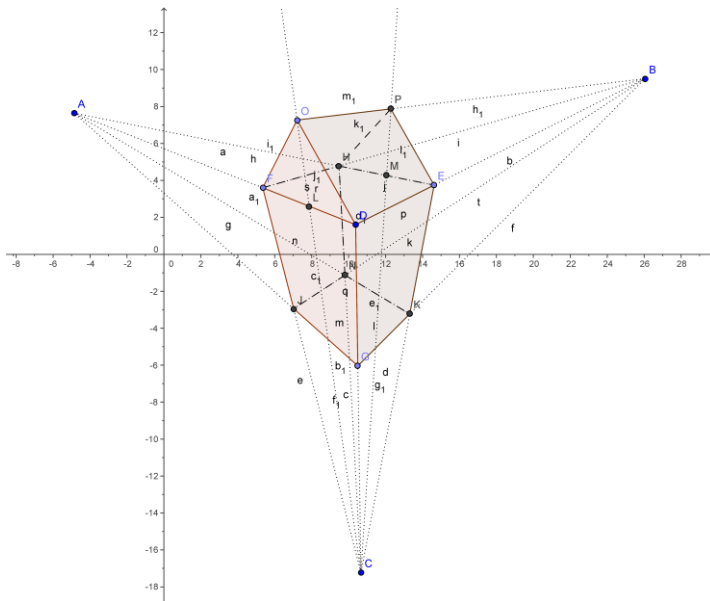
Nachgebaut von <http://www.geogebra.org/student/m204>

Über eine kleine Erweiterung ist eine Einschränkung möglich:



Lösung: <http://www.schroffenegger.at/geogebra/EinschränkungGG2.ggb>

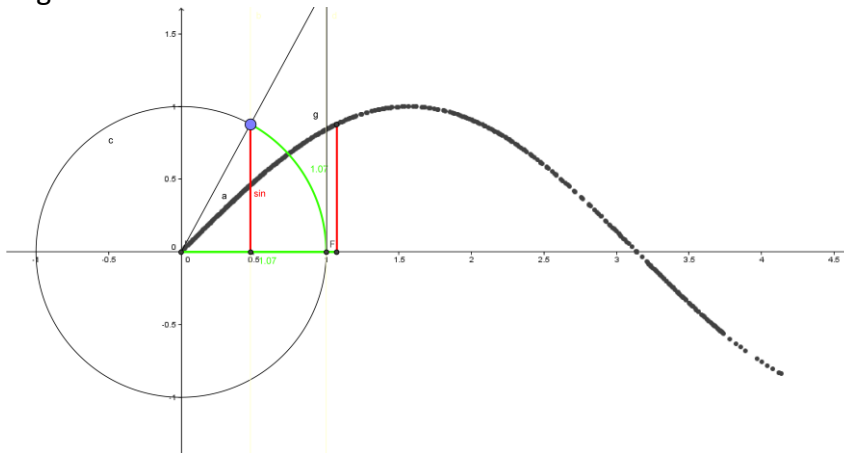
3.6 Haus in 3D ... Perspektive



Lösung: <http://www.geogebra.org/material/show/id/227>

3.7 Sinus Plotter

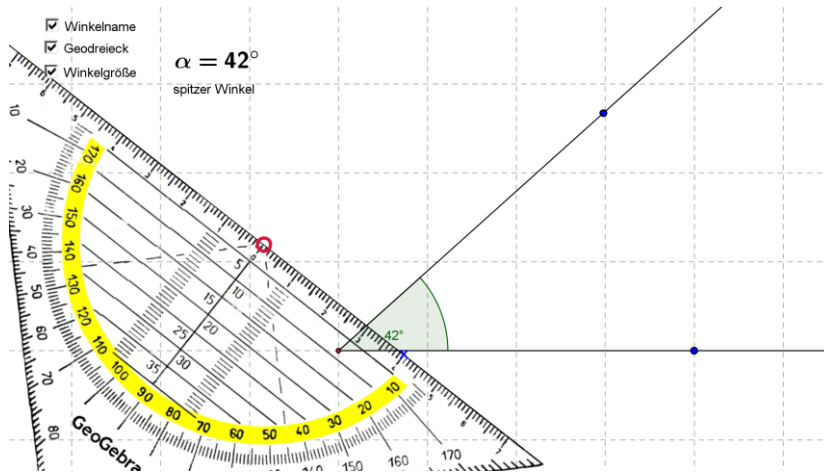
Fragen Sie Ihre Schüler: Sinusfunktion ... Funktion? Eindeutige Zuordnung? Was wird zugeordnet?



Lösung: <http://www.schroffenegger.at/geogebra/sinusGG2.ggb>

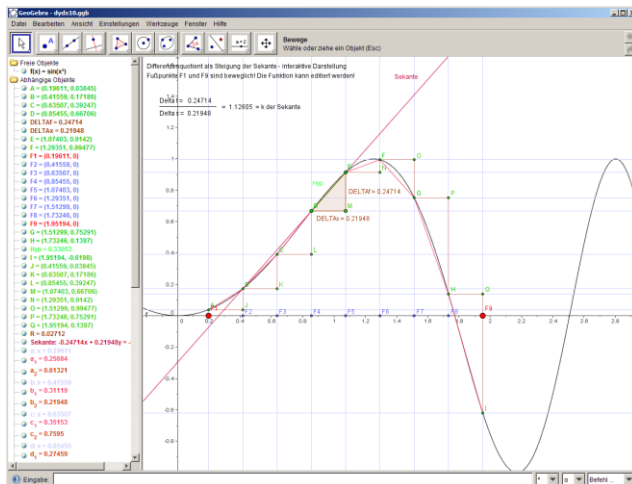
Auch: <http://www.geogebra.org/student/m1631>

3.8 Einfaches Ratespiel: Winkel



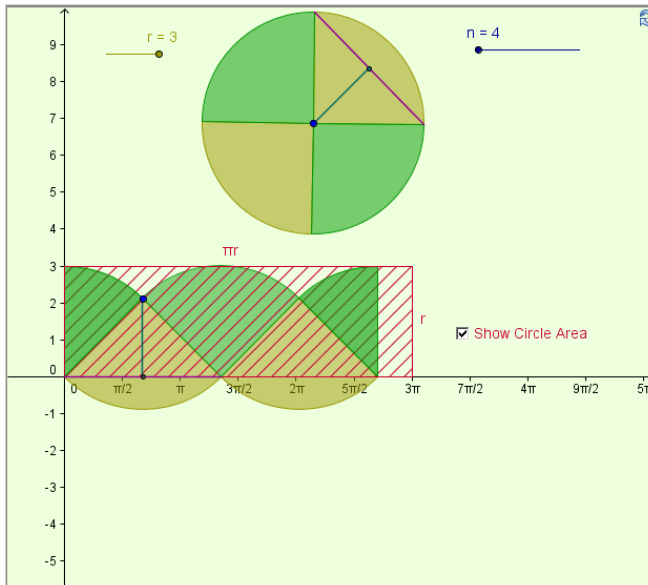
http://geogebra.weebly.com/uploads/9/7/2/6/9726758/winkelmesser1_l1.ggb (Danke Harald Witsche, PH Kärnten)

3.9 Differenzenquotient, Steigung, Winkel, tan



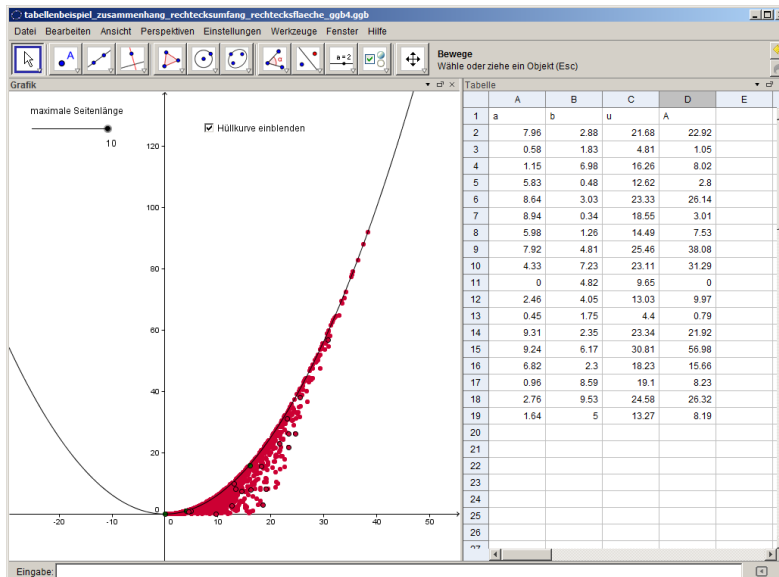
4 Komplexere Beispiele zum Ausprobieren

4.1 Flächeninhalt des Kreises aufgrund von u



<http://www.geogebra.org/student/m111>

4.2 Zusammenhang Flächeninhalt und Umfang – Analyse



http://geogebra.weebly.com/uploads/9/7/2/6/9726758/tabellebeispiel_zusammenhang_rechtecksumfang_rechtecksflaeche_ggb4.ggb (Danke Harald Wiltsche/PH Kärnten)

5 Import – Export

Folgende Importmöglichkeiten sind vorhanden:

- Bilder (Hintergründe, Freie Bilder, kontrollierbar über Punkte)
- Tabellen direkt aus Excel in die GeoGebra Tabelle kopieren

Folgende Exportmöglichkeiten sind vorhanden:

- Dynamisches Arbeitsblatt als Webseite (html)
- Bild (png, eps, pdf ... /dpi definierbar/auch direkt in die Zwischenablage!)
- Animiertes gif (ein Schieberegler wird bewegt)
- Diverse Vektor/Konstruktionsdaten wie PSTricks (PostScript to LaTeX)
- Direkt auf GeoGebraTube veröffentlichen

Vor allem der Export als dynamisches Arbeitsblatt bietet sehr interessante Möglichkeiten im Zusammenhang mit Webseiten bzw. Moodle. Das Moodle Modul findet sich hier:

http://docs.moodle.org/20/en/GeoGebra_filter#Installation

http://moodle.org/plugins/view.php?plugin=mod_geogebra

- Verbindung mit der Auswertungsfunktion von Moodle
- Einsicht in das „zurückgelassene“ Arbeitsblatt der Schüler/innen

6 Tabellenansicht

6.1 Einführung

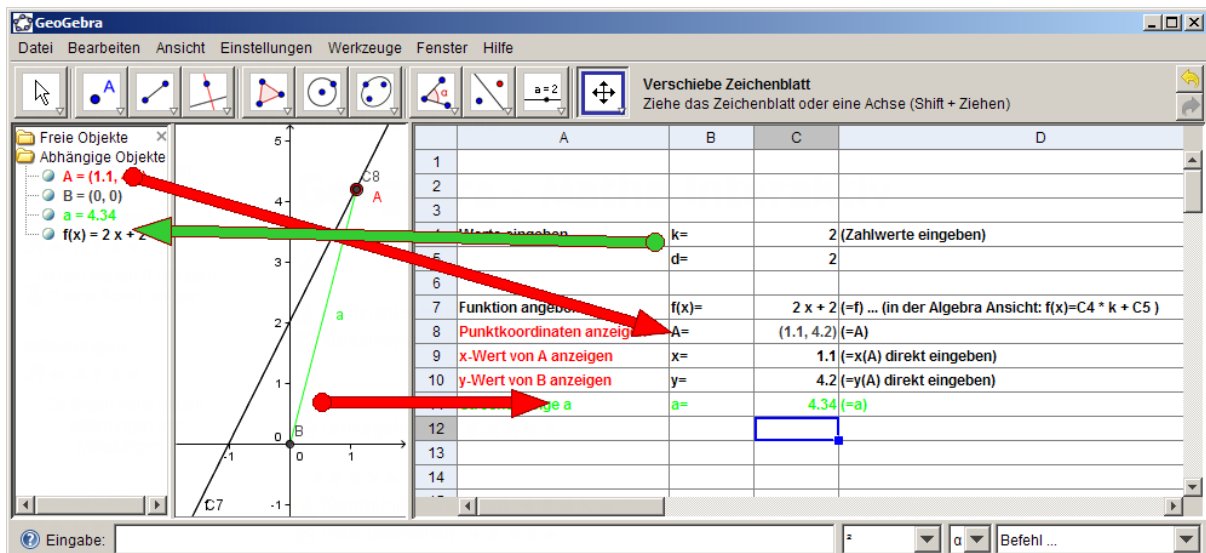
Seit kurzem bietet Geogebra auch eine Tabellenansicht mit einer Spreadsheet Funktionalität. Dabei ist neben grundlegenden Tabellenkalkulationsfunktionen vor allem die Schnittstelle zu herkömmlichen Geogebra Objekten interessant.

Jede Zelle in der Tabellen-Ansicht wird in GeoGebra durch einen eindeutigen Zellnamen identifiziert. Zum Beispiel besitzt die erste Zelle in Spalte A den Namen A1.

6.2 Die Schnittstelle

Folgende Schnittstellen werden unterstützt:

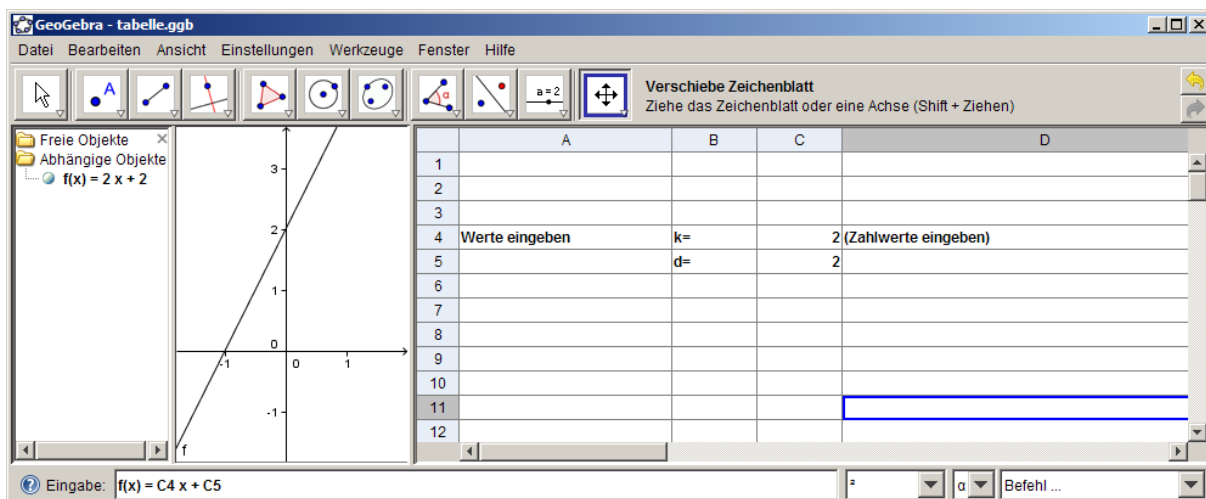
- (A) Variable im Arbeitsblatt können mit Hilfe von Angaben in der Tabelle gesteuert werden (Wie beim Schieberegler).
- (B) Werte aus den anderen Fenstern können in der Tabelle dargestellt werden (Z. B. Punktkoordinaten).
- (C) Werte aus der Tabelle können (wie aus Excel bekannt) verwendet werden.
- (D) Objekte in der Zeichnung können mit Hilfe von Tabelleneingaben direkt erstellt werden.



Hinweis: Die Zellnamen der Tabellen-Ansicht können in algebraischen Ausdrücken und Befehlen verwendet werden um die Inhalte dieser Zellen direkt anzusprechen und zur Erzeugung neuer Objekte zu verwenden. In die Zellen der Tabellen-Ansicht können nicht nur, sondern auch alle anderen Arten von mathematischen Objekten eingegeben werden, die auch sonst von GeoGebra unterstützt werden (z. B. Koordinaten von Punkten, Funktionen, Befehle). Bei Eingabe eines Objekts in eine Zelle der Tabellen-Ansicht versucht GeoGebra stets, dieses Objekt auch in der Grafik-Ansicht darzustellen. Dabei erhält die grafische Darstellung des Objekts automatisch den Namen jener Zelle der Tabelle, in der das Objekt ursprünglich erzeugt wurde (z. B. A5, C1). (<http://www.geogebra.org/help/docude/index.html>)

6.3 Syntax

Zu (A): Steuerung der Parameter k und d einer linearen Funktion über die Eingabe der Werte in der Tabelle:



- Eintrag der einfachen Werte:
 - A4: Werte eingeben
 - B4: k=
 - B5: d=
 - C4: 2

Kann natürlich geändert werden...

○ C5: 2

- Erstellung einer Funktion über die Eingabezeile unten
 - $f(x) = C4 x + C5$
 - Die Zellenbezeichner aus der Tabelle werden einfach als Variable geführt.
- Durch Veränderung der Zelleninhalte von C4 und C5 wird die Funktion umdefiniert.
- Achtung! Sobald hier z. B. für k kein Wert eingegeben ist, verschwindet die Funktion $f(x)$ leider ... Ebenso alle davon abhängigen Objekte. Die Zahl 0 hingegen ist gültig und kann natürlich geführt werden.

Auf diese Weise können nun Zahlenwerte direkt und genau eingegeben werden wodurch auf die oft ungenaue Eingabe durch Schieberegler mitunter verzichtet werden kann.

Zu (B) Beispiel: Darstellung von Werten aus der grafischen Darstellung

	A	B	D
4	Werte eingeben	k=	2 (Zahlwerte eingeben)
5		d=	2
6			
7	Funktion angeben	f(x)=	2 x + 2 (=f) ... (in der Algebra Ansicht: f(x)=C4 * k + C5)
8	Punktkoordinaten anzeigen	A=	(1.1, 4.2) (=A)
9	x-Wert von A anzeigen	x=	1.1 (=x(A) direkt eingeben)
10	y-Wert von B anzeigen	y=	4.2 (=y(A) direkt eingeben)
11	Streckenlänge a	a=	4.34 (=a)
12			
13			
14			
15			
16			
17			

Folgende Eingaben sind möglich – wie üblich wird bei der Eingabe eines Bezugs mit „=“ gestartet. Auf das „=“ kann in den meisten Fällen aber auch verzichtet werden (Achtung! Case Sensitiv – groß oder klein geschrieben $a \neq A$):

- =f Darstellung der vorher erstellten Funktion $f(x)$... hier: $2 x + 2$
- =A Darstellung der Koordinaten des Punktes A (1.1, 4.2)
- =x(A) Darstellung des x Wertes von A -> x von A ... also 1.1
- =y(A) Darstellung des y Wertes von A -> y von A ... also 4.2
- =a Länge der Strecke a
- =Strecke[A,B]

Damit ergeben sich viele weitere Möglichkeiten von Steuerung und Visualisierung.

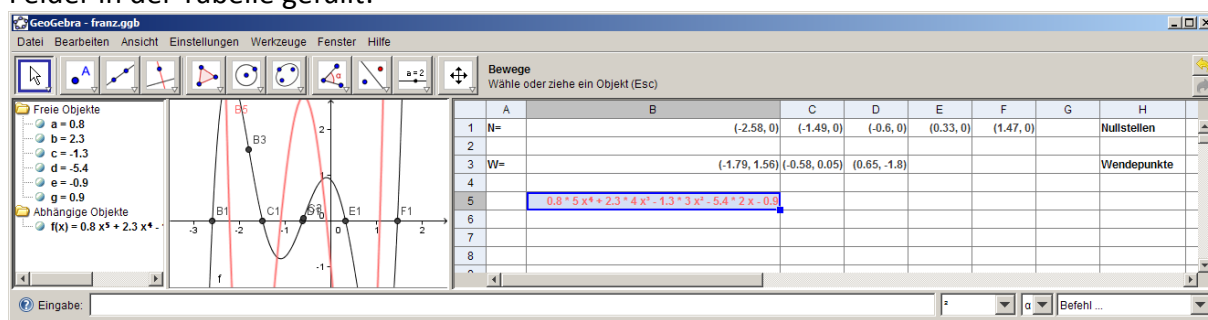
Zu (C) Beispiele:

- = A3 + A4 Addiert den Wert aus Zelle A3 mit dem aus A4 (ebenso *, -, /)
- = x(A4) liefert x-Koordinate des Punktes in A4

Zu (D) Beispiele:

=strecke[A,B]	Eine Strecke zwischen A und B wird erstellt
=strecke[A1,B1]	Erstellt Strecke zwischen den Koordinaten in A1 und B1
=kreis[A1,B1]	...
=wendepunkt[f]	Koordinaten der/s Wendepunkte/s der Funktion f(x)
=nullstelle[f]	Koordinaten der Nullstelle(n)
=ableitung[f]	erste Ableitung der Funktion f(x)
=f'(x)	erste Ableitung der Funktion f(x)
=f''(x)	zweite Ableitung der Funktion f(x)

Falls mehrere Objekte vorhanden sind (z. B. Nullstellen) werden horizontal nach Rechts neue Felder in der Tabelle gefüllt:



Leider gibt es bisher keine Dokumentation dazu. Weiterführende Informationen finden sich hier: <http://www.geogebra.org/de/wiki/index.php/Tabellenkalkulation>

Viel Erfolg mit GeoGebra!